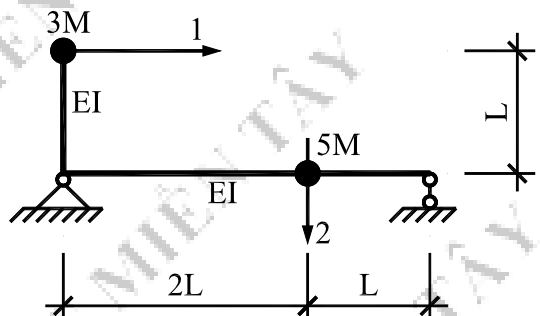
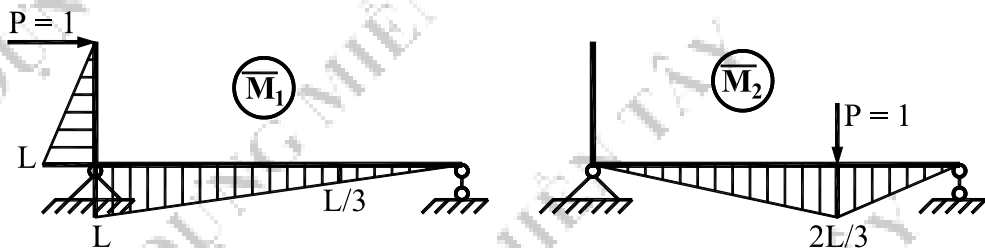


Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1	a	<p>Tần số dao động riêng</p> <p>Đặt lực P tại vị trí khối lượng M theo phương ngang để xác định phản lực X và vẽ biểu đồ mômen (M_p)</p> <p>(Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen (\overline{M}_1) 0,50đ; biểu đồ mômen (M_p^0) 0,50đ)</p>	4,00
		<p>Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$</p>	1,25
		$\delta_{11}^* = \frac{3L \times 3L \times 3L}{3EI} + \frac{3L \times 3L \times 3L}{2EI} = \frac{45L^3}{2EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = -\frac{(PL + 4PL) \times 3L \times 3L}{2 \times 2EI} = -\frac{45PL^3}{4EI}$	0,25
		$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}^*}{\delta_{11}^*} = \frac{P}{2}$	0,25
		<p>Vẽ biểu đồ mômen (M_p) = (\overline{M}_1) \times X₁ + (M_p^0)</p>	0,50
		<p>Xem lục P = 1 để xác định chuyển vị đơn vị.</p>	0,50

	$\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{L \times L \times L}{3 \times 2EI} + \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{2} \times \frac{3L}{3EI}$ $+ \frac{3L}{6 \times 2EI} \left[2 \times \left(\frac{5L}{2} \times \frac{5L}{2} + \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \right) - 2 \times \frac{5L}{2} \times \frac{L}{2} \right] = \frac{121L^3}{24EI}$ <p>(Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen ($\overline{M_k}$), sau đó nhân hai biểu đồ ($\overline{M_k}$) với (M_p) để tìm δ_{11})</p>	
	$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{Q} \times \frac{24EI}{121L^3}}$	0,25
	$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{42} \times \frac{24 \times 2 \times 10^4 \times 7780}{121 \times (120)^3}} = 20,4247 \text{ s}^{-1}$	0,50
	Chu kỳ dao động	0,50
b	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
	$T = \frac{2\pi}{20,4247} = 0,3076 \text{ s}$	0,25
	Tần số kỹ thuật	0,50
c	$n = \frac{60}{T}$	0,25
	$n = \frac{60}{0,3076} = 195,0585 \text{ 1/phút}$	0,25
Tổng điểm câu 1		5,00đ

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
2	a	Ma trận mềm, ma trận khối lượng Đặt lực đơn vị $P = 1$ tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen $(\overline{M}_1), (\overline{M}_2)$ 	1,75
			0,50
		$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{L \times L \times L}{3EI} + \frac{L \times L \times 3L}{3EI} = \frac{4L^3}{3EI}$	0,25
		$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = \frac{2L \times 2L}{6 \times 3EI} \times \left(2 \times \frac{L}{3} + L \right) + \frac{L}{3} \times \frac{2L}{3} \times \frac{L}{3EI} = \frac{4L^3}{9EI}$	0,25
	$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = \frac{2L}{3} \times \frac{2L}{3} \times \frac{2L}{3EI} + \frac{2L}{3} \times \frac{2L}{3} \times \frac{L}{3EI} = \frac{4L^3}{9EI}$	0,25	
	Ma trận mềm: $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{9EI} \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$	0,25	
	Ma trận khối lượng: + $\sum m_i$ theo phương 1: $m_1 = 3M$ + $\sum m_i$ theo phương 2: $m_2 = 5M$ $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$	0,25	
	b	Tần số dao động riêng	2,25
Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận: $\left [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \right = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \quad (*)$		0,25	

	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{9EI} \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{9EI} \times \begin{bmatrix} 36-u & 20 \\ 12 & 20-u \end{bmatrix} \text{ với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{9EI}{ML^3} (**)$ $(*) \Leftrightarrow A = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 36-u & 20 \\ 12 & 20-u \end{bmatrix} = 0$ Khai triển định thức thu được phương trình: $u^2 - 56u + 480 = 0$	0,50
	Giải phương trình, ta được: $u_1 = 28 + 4\sqrt{19} = 45,4356 \text{ và } u_2 = 28 - 4\sqrt{19} = 10,5644$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{9EI}{ML^3}}$	0,25
	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{9EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{28 + 4\sqrt{19}} \times \frac{9 \times 14}{0,055}} = 7,1008 \text{ s}^{-1}$	0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{9EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{28 - 4\sqrt{19}} \times \frac{9 \times 14}{0,055}} = 14,7259 \text{ s}^{-1}$	0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo ω): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 7,1008 \\ 14,7259 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
	Ma trận dạng dao động riêng	1,00
	Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{(i)-1} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{12}{20-u_i} (***)$	0,25
	Chọn chuyển vị tại vị trí theo phương 1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
c	Với $u_1 = 28 + 4\sqrt{19}$ và $u_2 = 28 - 4\sqrt{19}$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = 0,4718 \\ \varphi_{22} = -1,2718 \end{cases}$	0,25
	Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0,4718 & -1,2718 \end{bmatrix}$	0,25
	Tổng điểm câu 2	5,00đ